

MAPAS DE PROGRESO DEL APRENDIZAJE

IPEBA y Ministerio de Educación del Perú
Lima, Septiembre del 2013
Marino Latorre Ariño - Resumen y adaptación

MATEMÁTICA: Geometría

Construye y establece relaciones pertinentes en la resolución de situaciones problemáticas de formas, movimientos y la localización de los cuerpos, empleando relaciones geométricas, diseño de formas y usando diversos recursos y herramientas.

¿Qué son los estándares de aprendizaje nacionales?

Son metas de aprendizaje claras que se espera que alcancen todos los estudiantes del país a lo largo de su escolaridad básica.

En el Perú, se ha decidido elaborar los estándares nacionales de aprendizaje poniendo especial interés en describir cómo suelen progresar de ciclo a ciclo las distintas competencias. Por tal razón, han sido formulados como **Mapas de Progreso del Aprendizaje**.

La Matemática desarrolla en el estudiante competencias que le permitan *plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad*¹, de manera que pueda usar esas competencias matemáticas con flexibilidad en distintas situaciones.

1 Ministerio de Educación del Perú (2008). Diseño Curricular Nacional, p. 316.

Las competencias de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- Número y operaciones
- Cambio y relaciones
- Geometría
- Estadística y probabilidad

EL MAPA DE PROGRESO DE GEOMETRÍA

Vivimos en un mundo en el que la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. A nuestro alrededor podemos encontrar evidencias geométricas en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales. Este entorno demanda de las personas que pongan en práctica habilidades geométricas como obtener información a partir de la observación; interpretar,

representar y describir relaciones entre formas; desplazarse en el espacio; entre otras. En ese sentido, aprender Geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la Geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabellos Santos, 2006).

El aprendizaje de la Geometría pasa secuencialmente desde el reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos; por lo tanto, es importante que el aprendizaje de la Geometría favorezca el desarrollo de habilidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar.

La descripción del progreso del aprendizaje en esta competencia se realiza en base a dos aspectos:

a. Visualización e interpretación de propiedades y relaciones de formas geométricas.

Implica el desarrollo de capacidades para visualizar, representar y describir formas geométricas², sus propiedades y atributos medibles; estimar y medir magnitudes utilizando unidades arbitrarias y convencionales; formular y argumentar conjeturas a partir de las relaciones que encuentra entre las formas, sus propiedades y atributos medibles para resolver y modelar situaciones reales.

b. Orientación y movimiento en el espacio. Implica el desarrollo de capacidades para orientarse en el espacio; visualizar, representar y describir posiciones y transformaciones; formular y justificar conjeturas sobre los resultados de dichas transformaciones y comprobarlas para resolver y modelar situaciones reales, visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar.

Descripción de los niveles de Mapa de Progreso de Geometría

Destacado	<p>Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales compuestas aplicando relaciones entre propiedades de las formas y generaliza los procesos seguidos para la construcción.</p> <p>Argumenta y demuestra propiedades y teoremas por medio de la deducción. Evalúa el nivel de exactitud de las mediciones que realiza considerando el margen de error.</p> <p>Formula conjeturas referidas a la equivalencia entre dos composiciones de transformaciones, las comprueba y argumenta.</p> <p>Interpreta movimientos elípticos e hiperbólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.</p>
<p>VII CICLO (3°, 4° y 5° de</p>	<p>Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales considerando propiedades, relaciones métricas, relaciones de semejanza y congruencia entre formas.</p> <p>Clasifica formas geométricas estableciendo relaciones de inclusión entre</p>

Secundaria	<p>clases y las argumenta. Estima y calcula áreas de superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución y distancias inaccesibles usando relaciones métricas y razones trigonométricas, evaluando la pertinencia de realizar una medida exacta o estimada. Interpreta y evalúa rutas en mapas y planos para optimizar trayectorias de desplazamiento.</p> <p>Formula y comprueba conjeturas relacionadas con el efecto de aplicar dos transformaciones sobre una forma bidimensional. Interpreta movimientos rectos, circulares y parabólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.</p>
<p>VI CICLO (1° y 2° de Secundaria)</p>	<p>Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales⁶, las representa gráficamente y las construye a partir de la descripción de sus propiedades y relaciones de paralelismo y perpendicularidad.</p> <p>Compara, calcula y estima medidas de ángulos, superficies compuestas y volúmenes seleccionando unidades convencionales pertinentes justificando sus procedimientos. Interpreta, representa y determina distancias en mapas usando escalas.</p> <p>Identifica e interpreta la semejanza de dos figuras al realizar rotaciones, ampliaciones y reducciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con las combinaciones de formas geométricas que permiten teselar un plano.</p>
<p>V CICLO (5° y 6° de Primaria)</p>	<p>Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales⁵ de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construye a partir de la descripción de sus elementos. Interpreta y explica la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales y entre áreas de cuadriláteros y triángulos.</p> <p>Compara, calcula y estima la medida de ángulos, perímetros y superficies, seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinentes y explica los procedimientos empleados.</p> <p>Interpreta el volumen como un atributo medible de un objeto y lo distingue de la capacidad, lo mide usando unidades arbitrarias y convencionales.</p> <p>Localiza, describe y representa la posición de un objeto en un plano cartesiano utilizando expresiones de proximidad y lenguaje direccional.</p> <p>Identifica, describe y representa rotaciones de cuartos y medias vueltas, ampliaciones y reducciones por proporcionalidad de formas bidimensionales básicas en cuadrículas.</p>
<p>IV CICLO (3° y 4° de Primaria)</p>	<p>Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. Identifica ángulos en objetos de su entorno y compara su medida respecto al ángulo recto.</p> <p>Mide, compara y estima la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos, seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria y convencional pertinente al atributo que se quiere medir, explicando sus resultados.</p> <p>Localiza y representa la posición de un lugar o de un camino, y elabora croquis para indicar rutas o la ubicación de objetos de su entorno.</p> <p>Identifica, describe y representa reflexiones respecto a un eje y traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas.</p>
<p>III CICLO (1° y 2° de Primaria)</p>	<p>Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos³, las clasifica, explica el criterio utilizado y las representa con material concreto o con dibujos.</p> <p>Interpreta e identifica la longitud, superficie y capacidad como atributos medibles⁴ diferentes.</p> <p>Mide, compara y estima longitudes, superficies y capacidades de objetos</p>

	<p>seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria pertinente al atributo, explicando sus resultados.</p> <p>Representa y describe en un croquis las posiciones y movimientos de un objeto en el espacio, identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo y a otro objeto, usando expresiones que incluyan derecha e izquierda. Identifica formas bidimensionales simétricas.</p>
Previo (3-5 años)	<p>Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, los agrupa y explica el criterio utilizado; y los representa usando material concreto.</p> <p>Compara dos objetos de diferente longitud usando expresiones como: “es más largo que”, “es más corto que”, “es más alto que”, “es más bajo que”. Interpreta y ejecuta consignas para moverse en el espacio.</p> <p>Identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo u otro objeto interpretando las expresiones: “adelante–atrás”, “abajo–arriba”, “al lado de”, “dentro–fuera”, “encima–debajo”, “cerca–lejos”.</p>
<p>Observaciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Caras, lados y esquinas.</i> 2. <i>Se considera atributo medible a toda característica de un cuerpo que puede ser cuantificado, como la longitud, la superficie y el volumen.</i> 3. <i>Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.</i> 4. <i>Se considera a polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.</i> 	

Nivel Previo

Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, los agrupa y explica el criterio utilizado, y los representa usando material concreto. Compara dos objetos de diferente longitud usando expresiones como *es más largo que, es más corto que, es más alto que, es más bajo que*. Interpreta y ejecuta consignas para moverse en el espacio; identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo u otro objeto interpretando las expresiones *adelante–atrás, abajo–arriba, al lado de, dentro–fuera, encima–debajo, cerca–lejos*.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

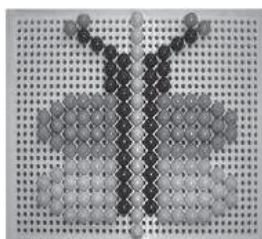
- ✓ Agrupa objetos de su entorno considerando semejanzas y diferencias en la forma y en el tamaño, y explica el criterio utilizado; por ejemplo, si el objeto es redondo, tiene puntas, etc.
- ✓ Arma, desarma y crea formas bidimensionales y tridimensionales usando plastilina, papel, palitos, cajas, etc.
- ✓ Compara la estatura de dos estudiantes colocándolos uno al lado del otro e indica cuál es el más alto.
- ✓ Se desplaza en el patio de juegos siguiendo indicaciones como *avanzar-retroceder, subir-bajar, entrar-salir, hacia adelante-hacia atrás, hacia arriba-hacia abajo*.
- ✓ Ubica su posición y la de objetos en el espacio; por ejemplo, el estudiante dice que el perrito está debajo de la mesa y que él mismo está al lado de la mesa.

III Ciclo (1° y 2° de Primaria)

Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos⁷, las clasifica, explica el criterio utilizado, y las representa con material concreto o con dibujos. Interpreta e identifica la longitud, superficie y capacidad como atributos medibles⁸ diferentes. Mide, compara y estima longitudes, superficies y capacidades de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria pertinente al atributo, explicando sus resultados. Representa y describe en un croquis las posiciones y movimientos de un objeto en el espacio; identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo y a otro objeto, usando expresiones que incluyan derecha e izquierda. Identifica formas bidimensionales simétricas.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- ✓ Representa objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales básicas utilizando diversos materiales; por ejemplo, geoplano, tangram, papel cuadriculado, cajas, plastilina, cuerda, etc.
- ✓ Clasifica formas y objetos por el número de lados, caras, vértices o esquinas, y explica el criterio tomado en cuenta.
- ✓ Mide y estima la longitud de objetos utilizando su propio cuerpo u objetos de su entorno como unidades de medida; por ejemplo, estima la longitud del largo de la pizarra, usando como referente el largo de un lápiz, y dice: *mide entre veinte y veinticinco lápices*.
- ✓ Mide y compara dos superficies de objetos usando unidades de medida arbitraria (servilletas, cuadrados, hojas de papel, etc.) y expresa, por ejemplo, *en mi libro entraron menos servilletas que en mi carpeta*.
- ✓ Compara la capacidad de dos jarras usando como referente la cantidad de líquido que entra en un vaso.
- ✓ Describe el desplazamiento que realiza para ir de un lugar a otro; por ejemplo, describe su desplazamiento para ir del salón a la biblioteca utilizando expresiones como *avanza-retrocede, sube-baja, entrar-salir, hacia adelante-hacia atrás, hacia arriba-hacia abajo, a la derecha-a la izquierda*, por el borde.
- ✓ Reconoce formas bidimensionales simétricas a partir de un eje de simetría, armando, doblando o cortando papel.



IV Ciclo

(3° y 4° de Primaria)

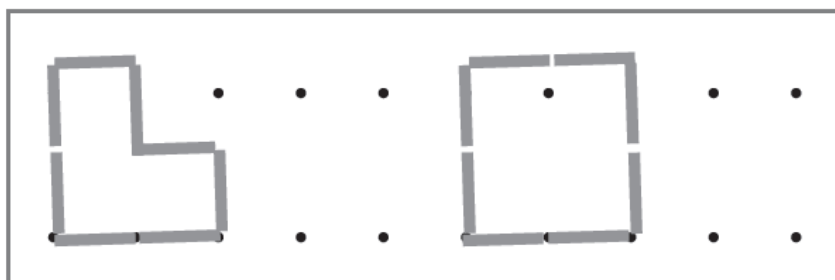
Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. Identifica ángulos en objetos de su entorno y compara su medida respecto al ángulo recto. Mide, compara y estima la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos, seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria y convencional pertinente al atributo que se quiere medir, explicando sus resultados. Localiza y representa la posición de un lugar o de un camino, y elabora croquis para indicar rutas o la ubicación de objetos de su entorno. Identifica, describe y representa reflexiones respecto a un eje y traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Caracteriza polígonos haciendo referencia a tres de sus elementos: lados, vértices y ángulos.
- Representa formas tridimensionales con material concreto; por ejemplo, arma cubos con cañitas y limpiatipo o plastilina.
- Compone y descompone formas bidimensionales a partir de otra. Ejemplo ¿En cuántas figuras iguales se puede descomponer este hexágono?



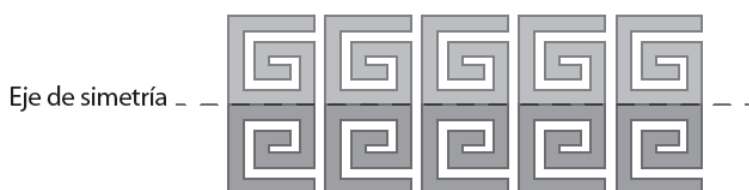
- Representa diferentes formas bidimensionales que tienen el mismo perímetro, usando material concreto (sogas, geoplano, etc.)



- Relaciona formas tridimensionales con sus respectivas vistas bidimensionales.
Ejemplo: ¿Cómo se ve el vaso desde arriba?



- Mide y estima superficies de objetos empleando unidades patrón de cartulina, cartón o fichas que midan un metro cuadrado o un centímetro cuadrado; por ejemplo, mide la superficie de la pizarra de su aula utilizando un metro cuadrado de cartulina.
- Mide capacidades de objetos utilizando envases de 1 litro.
- Elabora un croquis donde localiza la posición de un objeto o expresa una ruta de desplazamiento.
- Aplica traslaciones y reflexiones; por ejemplo, refleja una forma a partir del eje trazado.



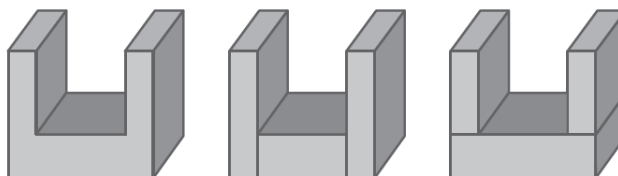
V Ciclo

(5° y 6° de Primaria)

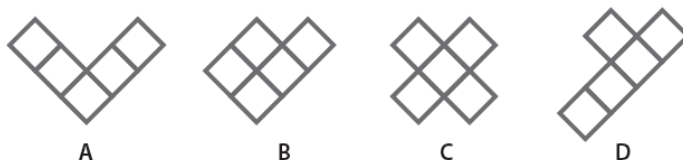
Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales⁹ de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construye a partir de la descripción de sus elementos. Interpreta y explica la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales y entre áreas de cuadriláteros y triángulos. Compara, calcula y estima la medida de ángulos, perímetros y superficies, seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinentes y explica los procedimientos empleados. Interpreta el volumen como un atributo medible de un objeto y lo distingue de la capacidad, lo mide usando unidades arbitrarias y convencionales. Localiza, describe y representa la posición de un objeto en un plano cartesiano utilizando expresiones de proximidad y lenguaje direccional. Identifica, describe y representa rotaciones de cuartos y medias vueltas, ampliaciones y reducciones por proporcionalidad de formas bidimensionales básicas en cuadrículas.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

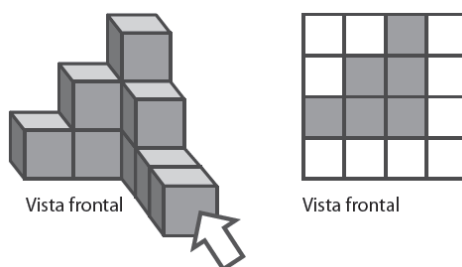
- Construye formas bidimensionales usando instrumentos de medida y dibujo o recursos tecnológicos; por ejemplo, construye un rectángulo usando escuadras, un círculo usando compás y regla y un ángulo usando transportador.
- Clasifica triángulos por la medida de sus lados y de sus ángulos.
- Describe cómo se puede componer y descomponer formas tridimensionales en prismas y cubos; por ejemplo, trazando líneas sobre la representación de la forma tridimensional se logra descomponer a este en prismas.



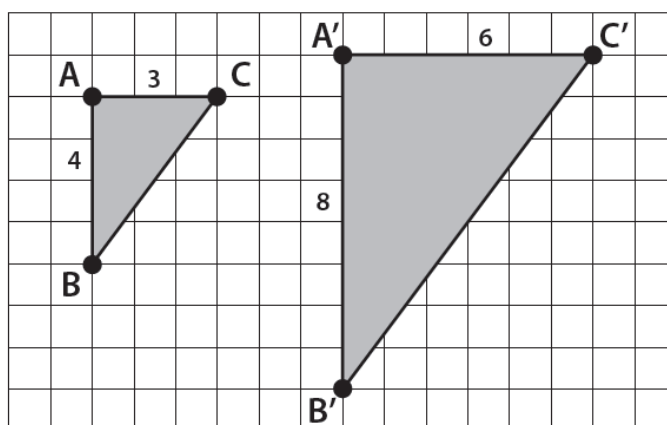
- Mide y compara la medida de ángulos en grados sexagesimales.
- Mide el volumen de prismas empleando cubos de 1cm^3 como unidad patrón.
- Encuentra la relación entre el perímetro y área de cuadriláteros; por ejemplo, en las figuras mostradas identifica que A, C y D tienen igual perímetro y área.



- Representa diferentes vistas planas de una forma tridimensional. Por ejemplo, representa la vista frontal de una forma tridimensional en un plano de cuadrículas.



- Aplica reflexiones, traslaciones, ampliaciones y reducciones a figuras básicas; por ejemplo, amplía un triángulo al doble.



VI Ciclo

(1° y 2° de Secundaria)

Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales¹⁰, las representa gráficamente y las construye a partir de la descripción de sus propiedades y relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Compara, calcula y estima medidas de ángulos, superficies compuestas y volúmenes seleccionando unidades convencionales pertinentes justificando sus procedimientos.

Interpreta, representa y determina distancias en mapas usando escalas. Identifica e interpreta la semejanza de dos figuras al realizar rotaciones, ampliaciones y reducciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con las combinaciones de formas geométricas que permiten teselar un plano

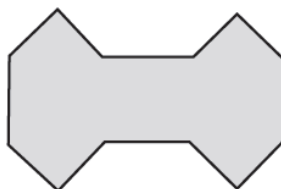
Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Identifica las características suficientes y necesarias para construir formas bidimensionales básicas; por ejemplo, reconoce que para construir un cuadrado debe considerar 4 lados iguales, 4 ángulos rectos y diagonales perpendiculares entre sí.
- Identifica y justifica grupos de figuras semejantes y congruentes; por ejemplo, en la siguiente figura identifica los triángulos congruentes.



- Representa el desarrollo en el plano de una forma tridimensional o la reconstruye a partir de su desarrollo en el plano.
- Selecciona la unidad convencional pertinente para realizar una medición de superficies o volúmenes de prismas y pirámides.
- Ubica la posición de objetos o lugares utilizando sistema de coordenadas y de referencia locales.
- Amplía o reduce formas bidimensionales y describe la semejanza de la figura transformada con la original.

- Construye formas tridimensionales a partir de la representación plana en distintas vistas.
- Elabora conjeturas de transformaciones en el plano, por traslación, reflexión o rotación; las comprueba y explica su procedimiento; por ejemplo, usando figuras como la que se muestra, ¿se podrá cubrir una hoja tamaño A4 sin dejar espacios en blanco?



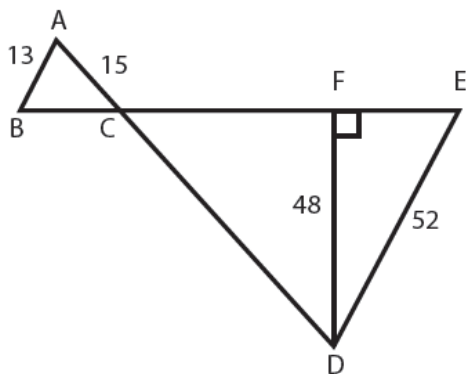
VII Ciclo

(3°, 4° y 2° de Secundaria)

Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales considerando propiedades, relaciones métricas, relaciones de semejanza y congruencia entre formas. Clasifica formas geométricas estableciendo relaciones de inclusión entre clases y las argumenta. Estima y calcula áreas de superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución y distancias inaccesibles usando relaciones métricas y razones trigonométricas, evaluando la pertinencia de realizar una medida exacta o estimada. Interpreta y evalúa rutas en mapas y planos para optimizar trayectorias de desplazamiento. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con el efecto de aplicar dos transformaciones sobre una forma bidimensional. Interpreta movimientos rectos, circulares y parabólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Resuelve situaciones en las que requiere generar información a partir de las propiedades de las formas en una construcción. Ejemplo:



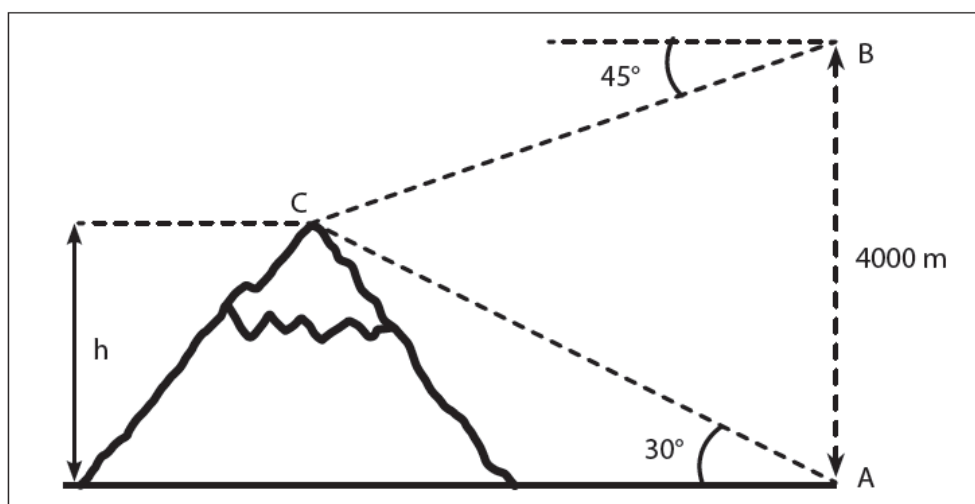
En esta figura, es $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ y $\overline{DF} \perp \overline{CE}$.

Determina el perímetro del $\triangle ABC$ y del $\triangle CDE$. Explica cómo has encontrado las respuestas y cómo sabes que son correctas.

Gráfico extraído de *Principios y estándares para la educación matemática* (Sevilla, 2000).

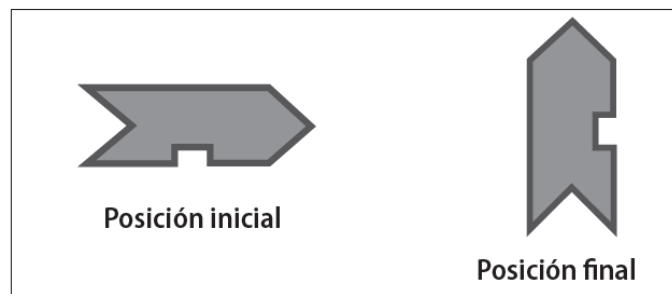
- Identifica propiedades comunes entre formas poligonales de la misma familia; por ejemplo, elabora un organizador visual respecto a la clasificación de cuadriláteros o triángulos donde se observe la inclusión de clases.
- Identifica las características de los cuerpos geométricos de revolución a partir de sus diferentes desarrollos.
- Utiliza razones trigonométricas para determinar longitudes y medidas angulares.

Ejemplo: Desde un helicóptero a 4000 metros de altura se fotografía una montaña en un ángulo de 45° , tal como se muestra en la imagen. Calcula la altura de la montaña.



- Realiza conjeturas y las comprueba respecto de la combinación de transformaciones que se aplicó a una forma bidimensional para obtener un determinado resultado.

Ejemplo: Indica y comprueba las transformaciones que se dieron a la figura de la posición inicial para llegar a la posición final.



- Interpreta que un conjunto de rectas paralelas tienen la misma pendiente.
- Construye rectas paralelas o perpendiculares en el plano cartesiano a partir de la interpretación de sus elementos expresados algebraicamente.

Nivel Destacado

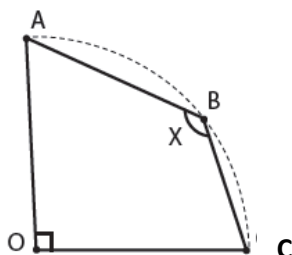
Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales compuestas aplicando relaciones entre propiedades de las formas y generaliza los procesos seguidos para la construcción.

Argumenta y demuestra propiedades y teoremas por medio de la deducción. Evalúa el nivel de exactitud de las mediciones que realiza considerando el margen de error. Formula conjeturas referidas a la equivalencia entre dos composiciones de transformaciones, las comprueba y argumenta. Interpreta movimientos elípticos e hiperbólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Emplea formas bidimensionales compuestas para generar cuerpos de revolución.
- Agrega trazos adicionales a las formas bidimensionales compuestas.

Ejemplo: En el cuadrilátero ABCO, $AO = OC$, determina cuál es el valor del ángulo "x".

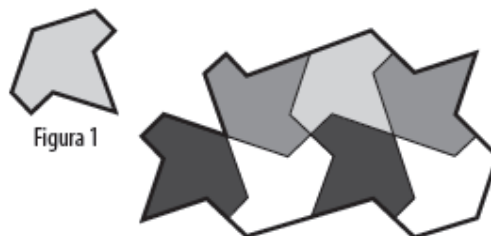


- Resuelve situaciones en las que requiere relacionar propiedades y características en formas geométricas compuestas; por ejemplo, calcula el área y volumen del siguiente sólido compuesto, sabiendo que la altura del cilindro es de 20 cm, la altura del cono es 10 cm y el radio de la base es 5cm.



- Demuestra teoremas elementales referidos a formas bidimensionales básicas; por ejemplo, demuestra el teorema de Thales, de Pitágoras, etc.

- Comprueba conjeturas respecto a las transformaciones que dan en su entorno; por ejemplo, encuentra dos combinaciones equivalentes, que permitan transformar la figura 1 para obtener el diseño que se muestra.



- Relaciona el movimiento de traslación de la Tierra con las propiedades de la elipse.
- Representa elipses e hipérbolas en distintas ubicaciones en el plano cartesiano, a partir de la interpretación de sus elementos expresados algebraicamente.

GLOSARIO

1. ARGUMENTAR. Dar razones lógicas o matemáticas que permitan sustentar, probar o demostrar la veracidad o falsedad de una proposición o idea planteada (Ministerio de Educación, 2004, p.28).

2. ATRIBUTO MEDIBLE. Se llama así a toda característica cuantificable de un objeto.

3. CLASIFICAR. Disponer un conjunto de datos o elementos en subconjuntos o clases de acuerdo a uno o varios criterios. Abarca la identificación de propiedades de los objetos y la comparación mediante el establecimiento de diferencias y semejanzas entre elementos (Heudebert, Chávez, 2006, p.85). La clasificación se distingue del simple agrupamiento en tanto que utiliza criterios que permiten incluir a todos los elementos dados en alguno de los grupos.

4. COMPARAR. Establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que existe entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase (Ministerio de Educación, 2004, p.229).

5. COMPROBAR. Verificar, confirmar la veracidad o exactitud de un objeto matemático o situación a través de su concepto o propiedades.

6. CONJETURAR. Elaborar suposiciones o hipótesis acerca de la verdad o falsedad de una afirmación, conclusión o resultado matemático a partir de indicios y observaciones (Adaptado del Diccionario de la Real Academia Española, 2012).

7. CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA. Dibujo técnico en el que la utilización apropiada de ciertos instrumentos, como la regla y el compás, asegura la adecuación del dibujo a determinadas propiedades.

- 8. DESCRIBIR.** Explicar con detalle las características o condiciones en que presenta algún objeto matemático usando el lenguaje oral (Adaptado del Diccionario de la Real Academia Española, 2012).
- 9. DEMOSTRAR.** Abarca desde la justificación o fundamentación de un resultado o proposición utilizando argumentos lógicos o matemáticos, hasta establecer una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación.
- 10. ESTIMAR.** Es tanto pronosticar el orden de magnitud de un valor o de un resultado numérico como cuantificar, aproximadamente, alguna característica medible de un objeto o suceso.
- 11. EVALUAR.** Valorar o determinar el grado de efectividad de un conjunto de estrategias o procedimientos, a partir de su coherencia o aplicabilidad a otras situaciones problemáticas.
- 12. EXPLICAR.** Describir o exponer las razones¹¹ o procedimientos seguidos para la solución de un problema, exigiendo en el alumno establecer conexiones entre sus ideas (Bishop, 1999).
- 13. GENERALIZAR.** Identificar, a partir de la observación de casos particulares, la regla general que describe el comportamiento de, por ejemplo, una sucesión, una relación entre variables o de alguna ley matemática.
- 14. IDENTIFICAR.** Diferenciar los rasgos distintivos de un objeto matemático; es decir, determinar si pertenece a una determinada clase que presenta ciertas características comunes (Hernández, Delgado y otros, 1999).
- 15. INTERPRETAR.** Atribuir significado a las expresiones matemáticas, de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problema real del que se trate. Implica tanto codificar como decodificar una situación problemática (Hernández, Delgado y otros, 1999, pp. 69-87).
- 16. MAGNITUD.** Característica de un objeto o fenómeno que puede ser medida, como la longitud, la superficie, el volumen, la velocidad, el costo, la temperatura, el peso, etc.
- 17. MODELAR** Asociar un objeto no matemático a un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características considerados relevantes para la solución de un problema (Hernández, Delgado y otros, 1999, pp. 69-87).
- 18. REPRESENTAR.** Elaborar una imagen, gráfico o símbolo visual de un objeto matemático y sus relaciones empleando formas geométricas, diagramas, tablas, el plano cartesiano entre otros.
- 19. SUPERFICIES COMPUESTAS** Es una extensión bidimensional que se caracteriza porque se puede descomponer en otros polígonos.
- 20. VISUALIZAR.** Habilidad para crear imágenes mentales que el individuo pueda manipular en su mente, y que le permiten elaborar diferentes

representaciones del concepto y, si es necesario, usar la tecnología para expresar la idea matemática en cuestión (Hitt citado en Torregosa, 1995).

REFERENCIAS

ALSINA, C., FORTUNY, J. y PÉREZ, R. (1997). ¿Por qué Geometría? Propuesta didáctica para la ESO. Madrid: Editorial Síntesis.

ALSINA, C. BURGUÉSM C. y FORTUNY, J. (1989). Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Editorial Síntesis.

BARRIOS, E. y otros (2008). El proceso cognitivo de la visualización por estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (CABRI) en la resolución de problemas geométricos. Barranquilla-Colombia: Universidad del Norte. Recuperado el 05 de junio del 2012 en: <http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/10584/74/1/73108499.pdf>

BRESSAN, A. y otros (2000). Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar ... Argentina: Ediciones novedades educativas

CALLIS, J. (2007). Didáctica de la Matemática en educación primaria. Módulo 6 "Medición". Diploma de Segunda Especialidad de la Matemática en Educación Primaria. Facultad de Educación. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

CASTRO, E. (2001). Didáctica de la matemática en la educación primaria. Madrid: Editorial Síntesis.

CHAMORRO, M. (2003) Didáctica de las matemáticas para primaria. Madrid: PEARSON.

DEL OLMO ROMERO, M. Á. y otros (2000). Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: Editorial Síntesis.

FOUZ, F. (2004-2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un paseo por la geometría 2004-2005. Centro Virtual de divulgación de las matemáticas Divulgamat. Recuperado el 04 de junio del 2012 en: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=10884&directory=67&limitstart=7

GALINDO, C. (1996). Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría. Revista Ema VOL. 2, N° 1, 49-58. Colombia. Recuperado el 05 de junio del 2012 en: http://funes.uniandes.edu.co/1035/1/22_Galindo1996Desarrollo_RevEMA.pdf

JÁCOME, G. y MONTIEL, G. (2007). Estudio Socioepistemológico de la razón trigonométrica. Elementos para la construcción de su naturaleza proporcional. Memoria de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa. Red de Centros

de Investigación en Matemática Educativa. Mérida, Yucatán – Recuperado el 18 de julio del 2012 en:[http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(Jacome-Montiel2007a\)XIEIME_Memoria.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Jacome-Montiel2007a)XIEIME_Memoria.pdf)

MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2005). Evaluación nacional del rendimiento estudiantil 2004. Informe pedagógico de resultados – Secundaria, Lima: MED: Unidad de Medición de la Calidad Educativa.

MINISTRY OF EDUCATION (2005). The Ontario Curriculum, Grades 1-8 Mathematics. Ontario, Queen's printer. Recuperado el 01 de junio de 2012 en: <<http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math.html>>

MONTIEL, G. (2007). Proporcionalidad y anticipación, un nuevo enfoque para la didáctica de la trigonometría. Acta Latinoamericana de Matemática educativa. Vol. 20. México. Recuperado el 18 de julio del 2012 en: [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(Montiel2007\)ALME-20.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Montiel2007)ALME-20.pdf)

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT-OECD (2003). Marcos teóricos de PISA 2003. Traducido por Encarnación Belmonte (2004). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE).

RIVEROS, M. y ZANOCCO, P. (1992). Geometría: Aprendizaje y juego. Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile.

TORREGOSA, G. y QUESADA, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, julio, vol 10 número 002. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado el 01 de junio del 2012 en: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/335/33500205.pdf>

#####